

粗粒土的颗粒破碎耗能及剪胀方程研究

郭万里, 蔡正银, 武颖利, 黄英豪

(南京水利科学研究院 岩土工程研究所, 江苏 南京 210024)

摘 要: 颗粒破碎对于粗粒土的应力变形性质有显著影响。在 Rowe 剪胀方程的基础上考虑颗粒破碎耗能的影响, 并引入颗粒破碎的演化规律对颗粒破碎耗能进行计算, 得到了一个简单实用且对粗粒土适用性较好的剪胀方程。主要结论如下: (1) 通过粗粒土的三轴 CD 试验结果分析并证明了弹性应变对于剪胀比的影响较小, 因此, 可以将剪胀比 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s^p$ 表示为 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$, 进而得到了剪胀方程表达式的一般形式。(2) 将剪胀方程中的临界状态应力比 M_c 折减为摩擦系数 M , 并引入了颗粒破碎的演化规律, 将 M 定量表示为广义剪应变的函数, 从而使得所计算的破碎耗能在剪切过程中是递增的, 且逐渐趋于稳定值, 符合了颗粒破碎不可逆的规律。(3) 试验表明, 剪胀方程中的未知量 $dE_b/pd\varepsilon_s$ 与摩擦系数 M 之间呈现显著的线性关系, 将该关系代入剪胀方程即确定了方程的具体表达形式, 并且利用堆石料的三轴 CD 试验证明了其对粗粒土的剪胀性预测效果较好。

关 键 词: 粗粒土; 颗粒破碎; 破碎耗能; 剪胀方程; 临界状态

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2019) 12-4703-08

Study on the particle breakage energy and dilatancy of coarse-grained soils

GUO Wan-li, CAI Zheng-yin, WU Ying-li, HUANG Ying-hao

(Geotechnical Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing, Jiangsu 210024, China)

Abstract: Using Rowe's stress dilatancy equation to considering the influence of particle breakage energy is a main method to express the dilatancy property of coarse-grained soils. However, the calculated breakage energy may be decreased during shearing or even be negative, which violates the irreversible thermodynamic theory. The reason lies in the friction factor, namely the critical state stress ratio M_c , is too larger during the entire shearing process. The breakage energy was closely relate with the evolution of particle breakage. An equation was proposed to express the relationship between the particle breakage factor and stress/strain state. A reduction scheme was suggested to replace the M_c by a new friction factor M . The newly calculated breakage energy proved to increase during shearing and approach to a stable value, which is reasonable and in accordance with the evolution of particle breakage. Then, the remaining unknown parameter $dE_b/pd\varepsilon_s$ of the dilatancy equation obtained by consolidated drained triaxial test was found to show a significant linear relationship with M . Therefore, the dilatancy equation was finally determined and verified by a series of test data from different rockfills.

Keywords: coarse-grained soil; particle breakage; breakage energy; stress dilatancy; critical state

1 引 言

由剪切引起的土体体积变化的特征通常被称为剪胀, 剪缩是负的剪胀^[1-2]。现有的本构模型大多是基于黏土或砂土所建立, 但是粗粒土的颗粒破碎效应显著, 其剪胀特性更为复杂, 使得一般的模型对

粗粒土的剪胀性描述效果较差^[1-4]。

近年来, 针对粗粒土的剪胀特性及剪胀方程已经展开了大量的研究^[1-4], 其中, 在 Rowe 剪胀方程的基础上考虑颗粒破碎耗能的影响, 是主要的思路之一^[3-6]。研究表明^[4-6], Rowe 剪胀理论假设堆积体变形的机制是刚性圆柱或圆球间的滑动, 没

收稿日期: 2018-07-09

基金项目: 国家重点研发计划 (No.2017YFC0405100); 河南省水利科技攻关计划项目 (No.GG201705); 中央级公益性科研院所基本科研业务费专项资金 (No.Y318005)。

This work was supported by the National Key R&D Program of China (2017YFC0405100), the Research Grant from Key Technologies R&D Program of Henan Water Conservancy (GG201705) and the Fund on Basic Scientific Research Project of Nonprofit Central Research Institutions (Y318005).

第一作者简介: 郭万里, 男, 1990 年生, 博士, 主要从事土体基本性质及本构关系、土石坝工程研究。E-mail: guowljs@163.com

通讯作者: 黄英豪, 男, 1979 年生, 博士, 教授级高级工程师, 主要从事冻土工程、离心模型试验等方面研究。E-mail: yhuang@nhri.cn

有考虑颗粒破碎对变形的影响,总的来说会过大估计粗粒土的剪胀变形。因此, Ueng^[7]、Salim^[8]等在 Rowe 剪胀方程的基础上引入了颗粒破碎耗能, 使其理论更为完善。此后, 对于颗粒破碎耗能的计算^[9-10]则成为了讨论的焦点: 其矛盾在于, 若沿用剑桥模型的假设, 将摩擦系数 M 确定为临界状态应力比 M_c , 则可能出现计算所得的颗粒破碎耗能随着破碎量的增大而减小甚至变为负数的情况; 但是, 由于颗粒破碎是不可逆的, 因而颗粒破碎耗能是不可能减小或者为负数的。贾宇峰^[9]、米占宽^[10]等都曾针对原有的摩擦系数 M_c 提出了经验性的折减方案, 在一定程度上解决了这一矛盾。

从能量的角度分析, 颗粒破碎发生的原因是颗粒吸收了足够的能量, 即颗粒破碎耗能是因, 发生颗粒破碎是果。因此, 对于颗粒破碎耗能的研究应该建立在颗粒破碎演化规律的基础之上。笔者^[11]此前总结了一个破碎指标与应力-应变之间的关系式来描述颗粒破碎的演化规律。在此基础上, 本文进一步推导了摩擦系数 M 与广义剪应变之间关系, 并发现了破碎耗能与摩擦系数之间存在的定量关系, 最终得到了一个考虑颗粒破碎且简单实用的剪胀方程。

2 考虑颗粒破碎的剪胀方程

2.1 颗粒破碎耗能的定义

Rowe^[3]假定颗粒滑动的情况可以采用两块刚性楔体在它们分隔面上的滑动来模拟, 并基于最小能比原理, 提出了紧密粒状集合模型的剪胀方程, 其表达式为

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \left(1 + \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} \right) \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi_\mu}{2} \right) \quad (1)$$

式中: φ_μ 为颗粒材料的摩擦角。 φ_μ 有时会被替换为 φ_f 或 φ_{cv} , 三者之间的关系为 $\varphi_\mu \leq \varphi_f \leq \varphi_{cv}$ 。其中, φ_f 为不考虑剪胀和颗粒破碎的摩擦角, φ_{cv} 为粗粒土在常体积变形时的极限摩擦角^[6]。

Ueng 等^[7]以砂土为研究对象, 从考虑颗粒破碎耗能的角度出发, 在式 (1) 的基础上建立新的剪胀方程:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \left(1 + \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} \right) \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi_f}{2} \right) + \frac{dE_B}{\sigma_3 d\varepsilon_1} (1 + \sin \varphi_f) \quad (2)$$

式中: dE_B 为单位体积颗粒破碎耗能, 当 $dE_B = 0$ 时, 式 (2) 退化为 Rowe 剪胀方程式 (1)。

Salim 等^[8]在 Ueng 等^[7]的基础上进一步将临界

状态应力比 M_c 表示为 φ_f 函数:

$$M_c = \frac{6 \sin \varphi_f}{3 - \sin \varphi_f} \quad (3)$$

一方面, 由式 (3) 作简单的数学变换可得

$$\left. \begin{aligned} \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi_f}{2} \right) &= \frac{1 + \sin \varphi_f}{1 - \sin \varphi_f} = \frac{3 + 2M_c}{3 - M_c} \\ 1 + \sin \varphi_f &= \frac{6 + 4M_c}{6 + M_c} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

另一方面, 在三轴应力状态下, 应力和应变之间存在如下关系:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= p + 2q/3 \\ \sigma_3 &= p - q/3 \\ d\varepsilon_1 &= d\varepsilon_s + d\varepsilon_v/3 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

将式 (4) 和式 (5) 代入式 (2) 可得

$$\begin{aligned} pd\varepsilon_v + qd\varepsilon_s &= M_c pd\varepsilon_s + \frac{2q - 3p}{9} M_c d\varepsilon_v + \\ &\frac{(3 - M_c)(6 + 4M_c)}{3(6 + M_c)} dE_B \end{aligned} \quad (6)$$

由于破碎耗能无法直接计量, 只能通过式 (6) 进行换算: $pd\varepsilon_v + qd\varepsilon_s$ 可视为总输入能增量 dE_t ; 根据剑桥模型假设^[12], $M_c pd\varepsilon_s$ 为土体颗粒摩擦耗能增量 dE_f ; 根据 Rowe 剪胀模型假设^[3], $\frac{2q - 3p}{9} M_c d\varepsilon_v$ 为土体剪胀做功增量 dE_d 。类似地, 根据 Ueng 改进后的 Rowe 剪胀方程^[7], 可以将 $\frac{(3 - M_c)(6 + 4M_c)}{3(6 + M_c)} dE_B$ 视为总破碎耗能增量 dE_b , 即 E_b 被定义为颗粒破碎总耗能^[10], 则 E_b 与 E_B 的关系为

$$dE_b = \frac{(3 - M_c)(6 + 4M_c)}{3(6 + M_c)} dE_B \quad (7)$$

可见, 式 (6) 将外力对土体的总输入能 E_t 分为 3 个部分: 摩擦能 E_f , 剪胀做功 E_d 和破碎耗能 E_b 。由于 dE_t 、 dE_f 和 dE_d 可以直接通过应力和应变增量计算, 因此, 总破碎能增量 dE_b 可以通过下式计算:

$$dE_b = dE_t - dE_f - dE_d \quad (8)$$

实际上, 剪胀做功 dE_d 所占比例较小, 趋向于 0^[9-10]; 因此, 在总输入能 dE_t 已知的情况下, 破碎耗能 dE_b 的计算值主要受到摩擦耗能 dE_f 的影响。

2.2 弹性应变对剪胀比的影响

将式 (6) 改写为体积应变增量 $d\varepsilon_v$ 与剪应变增量 $d\varepsilon_s$ 之比的形式为

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_s} = \frac{9(M_c - \eta)}{9 + 3M_c - 2\eta M_c} + \frac{9dE_b}{pd\varepsilon_s} \frac{1}{9 + 3M_c - 2\eta M_c} \quad (9)$$

在弹塑性理论中, 剪胀比 d_g 表示的是塑性体积应变增量 $d\varepsilon_v^p$ 与塑性剪应变增量 $d\varepsilon_s^p$ 的比值:

$$d_g = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} = f(p, q) \quad (10)$$

式 (10) 又称为剪胀方程, 一般而言, 将剪胀方程与正交流动法则联立, 可以求得塑性势函数, 因此剪胀方程是弹塑性模型的基础。但是, 式 (9) 表示的是总应变增量比 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ 与应力的关系, 其中弹性应变 $d\varepsilon_v^e$ 和 $d\varepsilon_s^e$ 、塑性应变 $d\varepsilon_v^p$ 和 $d\varepsilon_s^p$ 与总应变 $d\varepsilon_v$ 和 $d\varepsilon_s$ 的关系为

$$\begin{cases} d\varepsilon_v^p = d\varepsilon_v - d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_s^p = d\varepsilon_s - d\varepsilon_s^e \end{cases} \quad (11)$$

为了将式 (9) 用来描述粗粒土的剪胀性, 此前有学者不考虑弹性应变 $d\varepsilon_v^e$ 和 $d\varepsilon_s^e$, 直接将式 (9) 中的 $d\varepsilon_v$ 和 $d\varepsilon_s$ 都替换为 $d\varepsilon_v^p$ 和 $d\varepsilon_s^p$ [8, 10], 或者只考虑弹性体积应变 $d\varepsilon_v^e$ 而不考虑弹性剪应变 $d\varepsilon_s^e$ [9]。笔者则希望从试验的角度出发, 先研究 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ 与 $d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_s^p$ 之间的关系。

Sohby^[13]指出, 散粒材料的弹性体积应变 ε_v^e 用下式表示较为合理:

$$\varepsilon_v^e = m \left(\frac{p}{p_a} \right)^t \quad (12)$$

式中: m 和 t 为材料参数; p_a 为大气压力。

在三轴应力状态下, 弹性剪应变 ε_s^e 可以表示为

$$\varepsilon_s^e = \varepsilon_1^e - \frac{1}{3} \varepsilon_v^e \quad (13)$$

式中: 弹性主应变 ε_1^e 可以表示为偏应力与回弹模量 E_{ur} 之比:

$$\varepsilon_1^e = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{E_{ur}} \quad (14)$$

式中: 回弹模量 E_{ur} 和初始弹性模量 E_i 可以表示为围压的函数:

$$\begin{cases} E_{ur} = K_{ur} p_a (\sigma_3/p_a)^n \\ E_i = K p_a (\sigma_3/p_a)^n \end{cases} \quad (15)$$

式中: 参数 K 和 n 为拟合参数, 朱俊高等^[14]建议粗粒土 K_{ur} 的取值范围为 $(2.5 \sim 5) K$ 。

以堆石料 A 为例, 其三轴 CD 试验的偏应力-轴变-体变曲线如图 1 所示。

分别以式 (12) 和式 (13) 计算弹性体变和弹性剪应变, 其中, 式 (12) 中弹性体积应变参数为: $t = 0.43$, $m = 0.02\%$; 式 (13) 中初始弹性模量相关参数为 $K = 816$, $n = 0.367$, 选择回弹模量为 $K_{ur} = 3K$ 。以围压 1 200 kPa 为例, 图 2 绘出了剪切过程中 $d\varepsilon_v^e$ 和 $d\varepsilon_s^e$ 所占的比例与应力比 η 的关系。

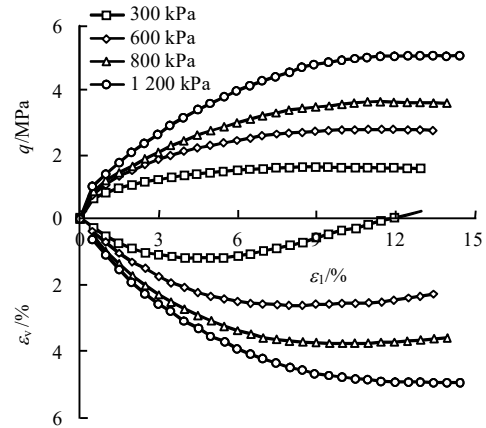


图 1 堆石料 A 三轴 CD 试验偏应力-轴变-体变曲线
Fig.1 Test data of stress-strain-volumetric strain for rockfill A

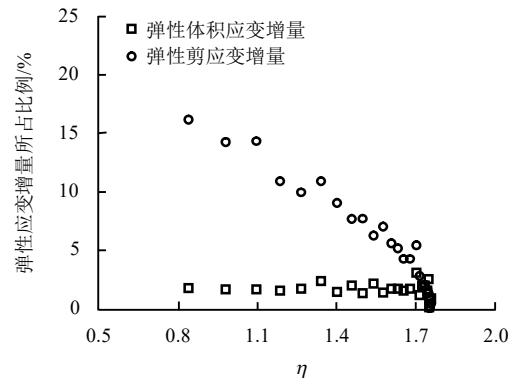


图 2 弹性应变增量所占比例与应力比的关系
Fig.2 Percentage of elastic volumetric strain and shear strain

进一步地, 图 3 给出了围压为 1 200 kPa 时总应变增量比 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ 和塑性应变增量比 $d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_s^p$ 的对应关系。由图 3 可见, 当应力比 η 较小时, $d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_s^p$ 略高于 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$; 当 η 较大时, 两者基本相等。这是由于当 η 较小时, 如图 2 所示, $d\varepsilon_v^e$ 所占比例较小, 而 $d\varepsilon_s^e$ 所占比例较大, 则 $d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_s^p$ 主要受到 $d\varepsilon_s^e$ 的影响。此时, $d\varepsilon_s^p$ 明显小于 $d\varepsilon_s$, 因而 $d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_s^p$ 大于 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ 。当应力比 η 较大时, 由图 2 可见, 弹

性应变增量 $d\varepsilon_s^e$ 和 $d\varepsilon_v^e$ 所占比例都趋向于 0, 即总应变增量等于塑性应变增量, 则 $d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_s^p$ 等于 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ 。

综上所述, 弹性应变对于剪胀比 d_g 的影响较小, 为简化计算, 可以忽略弹性应变的影响, 认为 $d_g = d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_s^p \approx d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$, 则式 (9) 可以改写为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} = \frac{9(M_c - \eta)}{9 + 3M_c - 2\eta M_c} + \frac{9dE_b}{pd\varepsilon_s} \frac{1}{9 + 3M_c - 2\eta M_c} \quad (16)$$

式 (16) 即是在 Rowe 理论的基础上考虑颗粒破碎的剪胀方程。其中, 当不考虑颗粒破碎耗能时, 即 $dE_b=0$, 式 (16) 退化为 Rowe 剪胀方程:

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} = \frac{9(M_c - \eta)}{9 + 3M_c - 2\eta M_c} \quad (17)$$

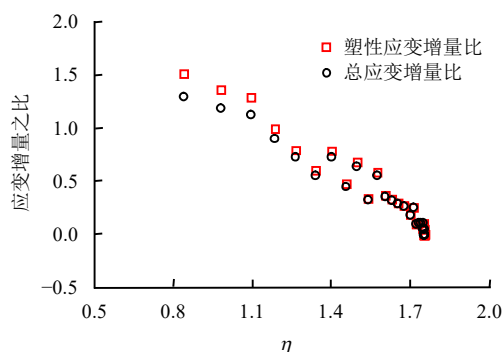


图3 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ 与 $d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_s^p$ 的对比
Fig.3 Comparison of $d\varepsilon_v/d\varepsilon_s$ and $d\varepsilon_v^p/d\varepsilon_s^p$

3 颗粒破碎耗能的计算

3.1 摩擦系数的讨论

显然, 颗粒破碎是不可逆的, 则颗粒破碎耗能 E_b 至少满足两个特征: ①不可能为负数; ②不可能在剪切过程中减小。但是, 根据式 (6) 计算得到的 E_b 是可能违反这两个特征的。此处继续以堆石料 A 为例, 其临界状态应力比 $M_c = 1.79$ 。根据式 (6) 计算各国压下的破碎耗能 E_b 如图 4 所示, 在轴向应变较大时, E_b 在达到峰值之后开始逐渐减小。

其原因为: 粗粒土 A 在各围压下都发生了剪胀, 即出现了 $d\varepsilon_v < 0$ 的情况, 如图 1 所示, 则此时有 $pd\varepsilon_v < 0$; 同时, 剪胀发生之后的应力比 q/p 接近于临界状态应力比 M_c , 则有 $qd\varepsilon_s = M_c pd\varepsilon_s$, 进而有 $pd\varepsilon_v + qd\varepsilon_s < M_c pd\varepsilon_s^p$, 即 $dE_t < dE_f$ 。此外, 剪胀做功 $dE_d \approx 0$ [9-10], 因此, $dE_b = dE_t - dE_f - dE_d < 0$, 则 E_b 开始减小。

由此可见, E_b 会减小的主要原因在于 $d\varepsilon_v < 0$ 使得 $pd\varepsilon_v < 0$ 。堆石料 A 虽然出现剪胀, 但是剪胀效

应并不明显, 换言之, $d\varepsilon_v$ 虽然小于 0 但是绝对值较小, 使得 $pd\varepsilon_v < 0$ 的作用并不突出。有些粗粒土受到岩性、密度等条件的影响, 剪胀性较为显著, 即 $d\varepsilon_v$ 不仅会出现小于 0 的情况, 且绝对值较为可观, 使得 $pd\varepsilon_v < 0$ 的作用更为明显。由此可以推断, 计算得到的 E_b 不仅会出现 E_b 减小的情况, 甚至可能会减小为负值。

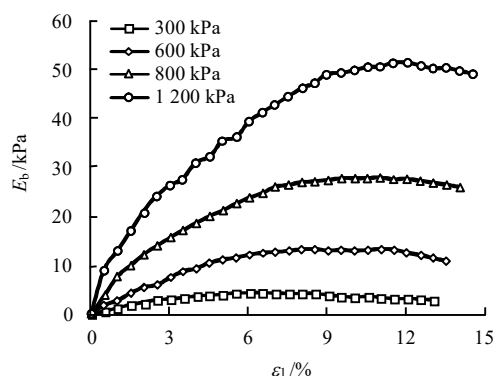


图4 堆石料 A 的颗粒破碎耗能 (摩擦系数为 M_c)
Fig.4 Calculated breakage energy of rockfill A

以堆石料 B 为例, 其偏应力-轴变-体变曲线如图 5(a)所示, 土体相对密实度为 0.9, 各个围压下试样的体变特征为显著剪胀, 应力特征为应变软化。临界状态应力比 $M_c = 1.73$, 根据式 (6) 计算得到的颗粒破碎耗能 E_b 如图 5(b)所示。

由图 5(a)可见, 各个围压下的体变都出现了显著的剪胀, 正如前文所分析, 随着加载剪切的进行, E_b 逐渐减小甚至变为负数, 如图 5(b)所示。此外, 值得注意的是, 在剪切的初始阶段, E_b 也小于 0。其原因为: 在剪切初始阶段, 应力比 q/p 远小于临界状态应力比 M_c , 则 $qd\varepsilon_s$ 远小于 $M_c pd\varepsilon_s$, 虽然此时 $pd\varepsilon_v$ 为正值, 但是可能出现 $pd\varepsilon_v + qd\varepsilon_s$ 依然小于 $M_c pd\varepsilon_s$ 的情况, 即 $dE_t < dE_f$ 。同时, 剪胀做功 $dE_d \approx 0$, 则出现了 $dE_b = dE_t - dE_f - dE_d < 0$ 。由于初始状态的 $E_b = 0$, 而 $dE_b < 0$, 则 $E_b < 0$ 。

综上所述, 根据式 (6) 计算得到的 E_b 在两个方面都可能违反颗粒破碎耗能不可逆的条件, 其一为初始剪切阶段, E_b 可能为负值; 其二为剪胀发生时, E_b 可能开始减小甚至减小为负值。其原因都是因为计算得到的摩擦能增量 dE_f 大于输入能增量 dE_t , 从而使得颗粒破碎耗能增量 $dE_b < 0$ 。而 $dE_f = M_c pd\varepsilon_s$ 过大的原因则在于将临界状态应力比 M_c 作为剪切过程中的摩擦系数是偏大的, 贾宇峰 [9]、米占宽 [10] 等都曾意识到这一问题, 因此, 建议将临界状态应力比 M_c 根据应变状态折减为摩擦

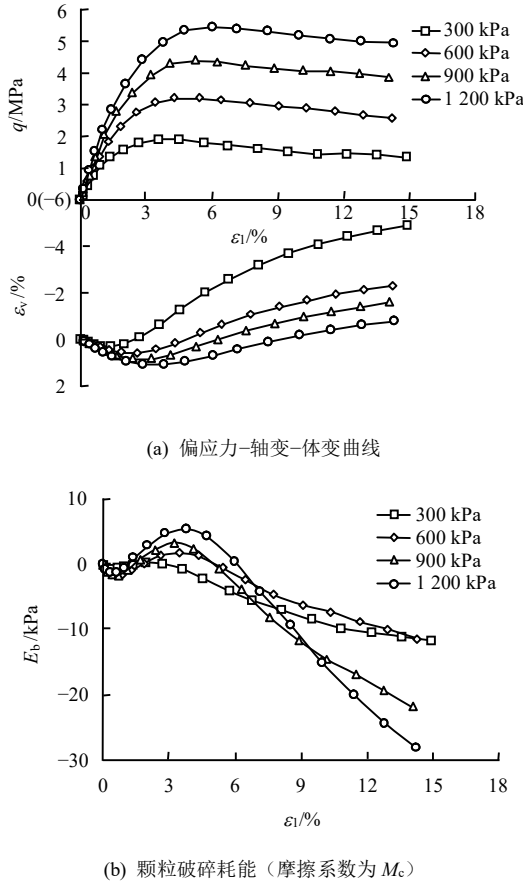


图 5 堆石料 B 的三轴 CD 试验值及破碎耗能
Fig.5 CD test data and breakage energy of rockfill B

系数 M , 则剪胀方程式 (16) 可改写为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} = \frac{9(M-\eta)}{9+3M-2\eta M} + \frac{9dE_b}{pd\varepsilon_s} \frac{1}{9+3M-2\eta M} \quad (18)$$

3.2 破碎耗能的计算

总的来说, 目前关于摩擦系数 M 的经验公式在一定程度上解决了 $dE_b < 0$ 的问题, 具有一定的参考意义, 但是经验性的成分较重。从能量的角度分析, 颗粒破碎耗能是因, 发生颗粒破碎是果。因此, 笔者认为, 颗粒破碎耗能的计算应该与颗粒破碎的演化规律相结合。首先, 为了研究颗粒破碎的演化, 笔者曾提出了颗粒破碎指标与应力应变之间的定量关系^[11]:

$$B = \frac{\alpha[1 - \exp(-\beta\varepsilon_s)]}{\ln(h_s/p)} \quad (19)$$

式中: B 表示破碎指标, 文献[11]中 B 是以 Marsal 定义的 B_g 和笔者新定义的 B_w 为例; α 和 β 为拟合参数; h_s 为粗粒土的固相硬度^[2], 具有应力的量纲; p 为平均正应力。

现以一组三轴 CD 试验数据为例^[15], 用式 (19)

进行拟合, 并将结果绘制在 $B\ln(h_s/p)$ - ε_s 坐标系下, 如图 6 所示, B_w 和 B_g 拟合相关系数 R^2 分别为 0.932 和 0.968。当剪应变 ε_s 增加到一定程度时, 土体进入临界状态, 则 p 保持不变, $\ln(h_s/p)$ 为定值, 此时, 式 (19) 所描述的曲线近乎水平, 表示破碎指标 B 也趋向于某个定值。可见, 剪切过程中颗粒破碎量随着应力-应变的增加而增加, 但是当粗粒土达到临界状态之后, ε_s 持续增加, 而颗粒破碎趋于稳定。

如前文所述, 颗粒破碎耗能 E_b 的变化规律应与颗粒破碎量的规律相似, 即 E_b 随着 ε_s 的增加而增加, 但是会逐渐趋于稳定。换言之, E_b 是增加的, 但 dE_b 是减小的。假设总输入能增量 dE_t 一定, dE_b 减小, 则摩擦耗能增量 $dE_f = Mpd\varepsilon_s$ 是增大的, 因此摩擦系数 M 是增大的; 当土体达到临界状态之后认为颗粒破碎停止, $dE_b = 0$, 则输入能 dE_t 基本完全转化为摩擦能 dE_f , 根据式 (6), 此时摩擦系数 M 等于临界状态应力比 M_c 。因此, 摩擦系数 M 应满足两点要求: ① M 随着广义剪应变 ε_s 的增加而增加; ② 当土体达到临界状态时, $M = M_c$ 。

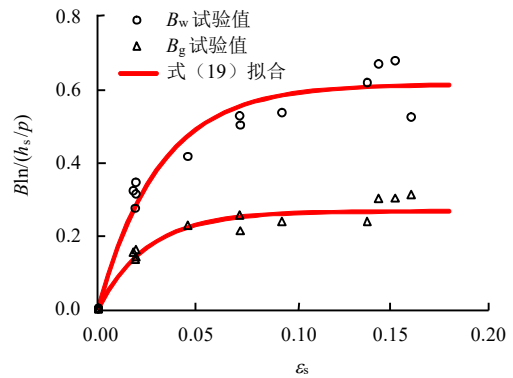


图 6 颗粒破碎指标与应力-应变的关系
Fig.6 Relationship of breakage factors and stress-strain

基于以上分析, 笔者构造的 M 与 ε_s 的关系为

$$\frac{M}{M_c} = 1 - \exp(-\beta\varepsilon_s) \quad (20)$$

式 (20) 与式 (19) 的表达式相似, 区别在于式 (20) 忽略了应力 p 的影响, 主要是出于如下考虑: 式 (19) 中引入应力 p 主要是为了反映围压的影响, 以便将各个围压下的破碎规律用同一条曲线进行描述。而实际上, 应力 p 在加载剪切的初始阶段增长较快, 随后在长时间内都基本保持不变, 即分母 $\ln(h_s/p)$ 为定值, 而广义剪应变 ε_s 在整个剪切过程中都是持续增大的, 因此, 式 (19) 所反映的 ε_s

对于颗粒破碎的影响远大于 p 。为简化处理, 笔者假设各围压下的摩擦系数 M 主要与广义剪应变 ε_s 相关, 且规律相同, 都用式 (20) 来描述。

对于 β 的取值, 可以通过式 (19) 拟合颗粒破碎指标 B_g 或 B_w 与应力-应变间的关系进行确定, 但是试验过程较为繁琐。同时, 也可以根据土体到达临界状态时的广义剪应变 ε_{sc} 进行估算:

$$\beta = \frac{4.6}{\varepsilon_{sc}} \quad (21)$$

根据式 (20), 从数学的角度看, M/M_c 只能无限趋近于 1 而不可能严格等于 1, 因此, 笔者假设当 $M/M_c > 0.99$ 时在数值上可以认为 $M = M_c$, 此时 $\beta \varepsilon_s > 4.6$, 则 β 可以根据式 (21) 进行估算。一般而言, 粗粒土达到临界状态时的广义剪应变 ε_{sc} 约为 15%~30%^[16]。如图 7 所示, 若 $M/M_c > 0.99$, $\varepsilon_s = 15\%$ 时对应的 β 约为 30, $\varepsilon_s = 30\%$ 时对应的 β 约为 15。因此, 对于 β 的一般取值范围为 15~30。

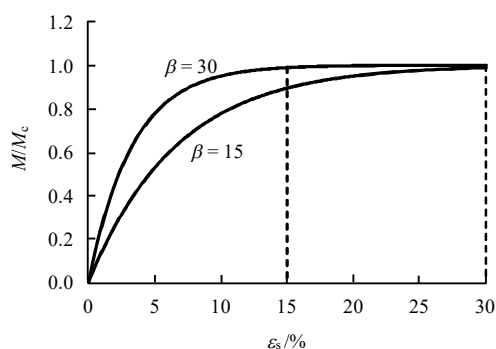
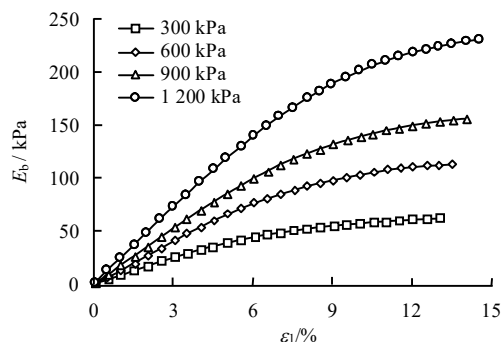


图 7 参数 β 的常用取值范围
Fig.7 Common range of parameter β

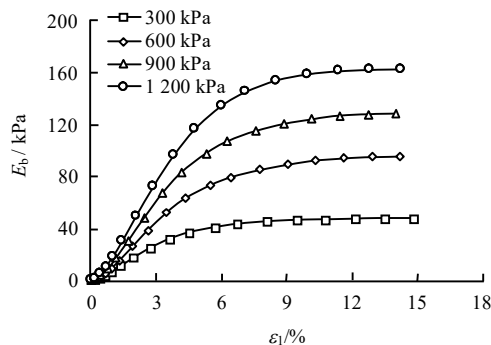
以堆石料 A 和堆石料 B 为例, M_c 分别为 1.79 和 1.72, 由于试验中两种土体都没有达到临界状态, 无法直接得到临界状态剪应变 ε_{sc} , 因此, 在 β 的常用取值范围 15~30 内将其取值为 20。将 $\beta = 20$ 代入式 (20) 和式 (6), 并将式 (6) 中的 M_c 换为 M , 计算得到的颗粒破碎耗能 E_b 如图 8 所示。

图 8 显示, 两种土料在各个围压下的颗粒破碎耗能 E_b 都满足颗粒破碎不可逆的两个要求: ① E_b 在剪切过程中是增加的; ② E_b 逐渐趋向于稳定。

值得注意的是, 堆石料 A 的主要应力-应变特征是应变硬化和剪缩, 堆石料 B 的应力-应变特征是应变软化和剪胀, 分别代表了两种典型的粗粒土, 采用折减后的摩擦系数 M 计算得到的破碎耗能都是合理的。



(a) 堆石料 A



(b) 堆石料 B

图 8 粗粒土的颗粒破碎耗能 (摩擦系数为 M)
Fig.8 Calculated breakage energy of rockfills

4 剪胀方程的确定

由式 (18) 可知, 要将该剪胀方程应用于实际, 在确定了摩擦系数 M 之后, 还需要确定 $dE_b/pd\varepsilon_s$ 。通过寻找 $dE_b/pd\varepsilon_s$ 与各已知量之间的定量关系, 笔者发现 $dE_b/pd\varepsilon_s$ 与摩擦系数 M 之间的关系最为简单且具有广泛的适用性, 可用如下线性关系描述:

$$\frac{dE_b}{pd\varepsilon_s} = a - bM \quad (22)$$

式中: a 和 b 为拟合参数。

以堆石料 A 和堆石料 B 为例, 各个围压下的 $dE_b/pd\varepsilon_s$ 与摩擦系数 M 之间的试验值如图 9 中的散点所示, 同时, 用式 (22) 对散点进行拟合。

由图 9 可见, 式 (22) 对于 $dE_b/pd\varepsilon_s$ 与 M 的关系描述效果较好, 拟合相关系数 R^2 分别为 0.966 6 和 0.985 7, 得到的拟合参数为 $a=2.146$, $b=1.208$; $a=1.898$, $b=1.181$ 。值得注意的是, 不同围压下的试验值都可以通过式 (22) 用同一条曲线进行描述, 简单方便, 这也是式 (22) 的优势之一。

进一步地, 将式 (22) 代入式 (18) 可得, 本文最终确定的剪胀方程为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} = \frac{9(M - \eta) + 9(a - bM)}{9 + 3M - 2\eta M} \quad (23)$$

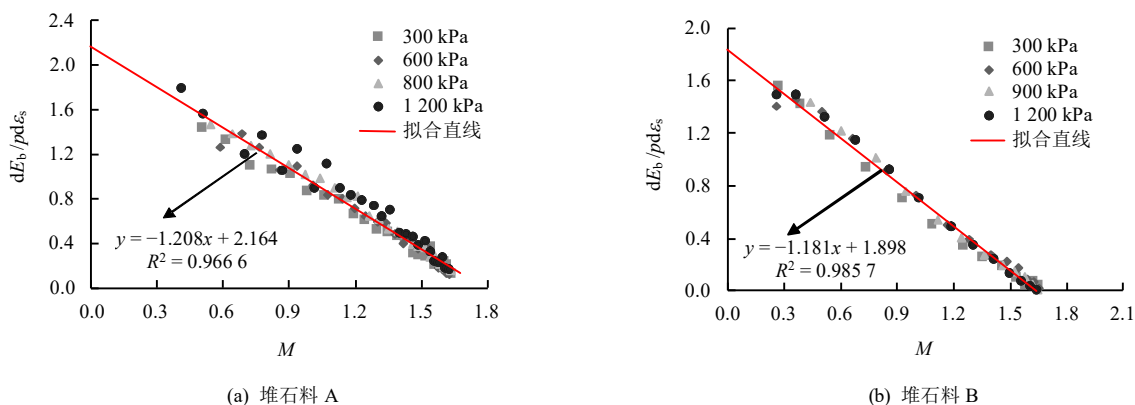


图 9 $dE_b/pd\varepsilon_s$ 与 M 的关系
Fig.9 Relationship of $dE_b/pd\varepsilon_s$ and M

试验表明, 粗粒土的剪胀性会受到密度、围压等因素的影响^[2]。分别以堆石料 A 和堆石料 B 的最小和最大试验围压为例, 将试验值绘制于 d_g - η 坐标系, 如图 10 中的散点所示, 试验结果也反映了围压不同, 剪胀比与应力比的分布规律并不相同。因此,

剑桥模型^[12]、Rowe 剪胀方程^[3]等用同一条曲线描述粗粒土在不同围压下的剪胀比-应力比关系是较为粗糙的。同时, 将参数 a 和 b 代入式 (23), 绘制了本文剪胀方程的预测曲线, 同时, 也绘制了式 (17) 中 Rowe 剪胀方程的预测曲线。

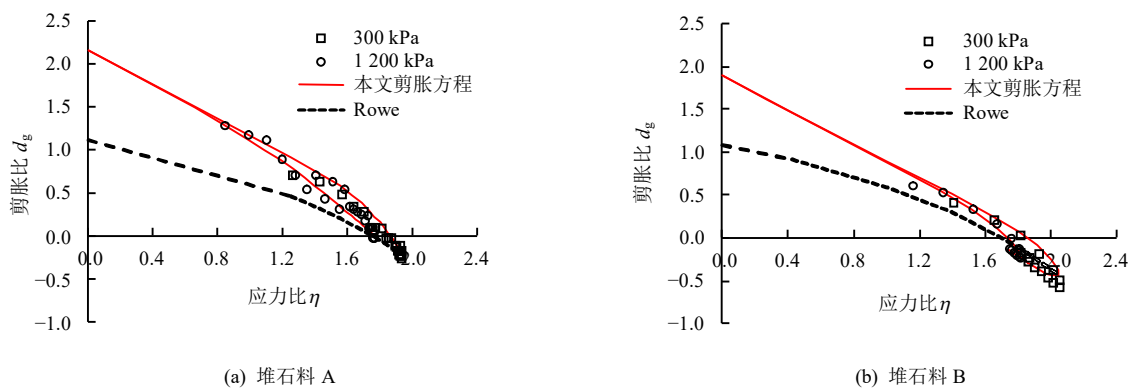


图 10 粗粒土剪胀比的试验值及预测值
Fig.10 Test data and prediction of dilatancy for rockfills

由图 10 可见, 本文所提出的剪胀方程与 Rowe 剪胀方程相比, 在如下 3 个方面具有明显的优势:

①对于剪胀比 d_g 的预测效果有了显著地提高; ②能够较好地反映围压对剪胀比 d_g 的影响; ③对于剪缩 ($d_g > 0$) 和剪胀 ($d_g < 0$) 的转换特征点都能够较好地反映。进一步证明了此前关于摩擦系数和破碎耗能的计算方案式 (22)、(23) 和式 (20) 是合理的。

5 总结与展望

(1) 本文通过三轴 CD 试验数据证明了弹性应变对于剪胀比 d_g 的影响较小, 为简化计算, 可以认为 $d_g = d\varepsilon_v^p / d\varepsilon_s^p \approx d\varepsilon_v / d\varepsilon_s$, 从而在考虑颗粒破碎耗能的 Rowe 剪胀方程的基础上, 确定了该剪胀方程的一般形式。

(2) 根据颗粒破碎的演化规律, 将剪胀方程中

的临界状态应力比 M_c 折减为广义剪应变的函数 M , 由此计算得到的颗粒破碎耗能在剪切过程中是递增的, 且逐渐趋于稳定值, 完全满足颗粒破碎不可逆的规律。

(3) $dE_b/pd\varepsilon_s$ 与摩擦系数 M 之间呈现显著的线性关系, 将该关系代入到剪胀方程之中, 即可对粗粒土的剪胀性进行预测, 且试验证明其预测效果较好。

(4) 剪胀方程是弹塑性本构模型建立的基础, 笔者希望通过试验进一步验证该剪胀方程的适用性, 并建立一个考虑粗粒土颗粒破碎的本构模型。

参考文献

- [1] 陈生水, 傅中志, 韩华强, 等. 一个考虑颗粒破碎的堆石料弹塑性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(10):

- 1489—1495.
- CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi, HAN Hua-qiang, et al. An elastoplastic model for rockfill materials considering particle breakage[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2011, 33(10): 1489—1495.
- [2] LIU M, GAO Y, LIU H. An elastoplastic constitutive model for rockfills incorporating energy dissipation of nonlinear friction and particle breakage[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2014, 38(9): 935—960.
- [3] ROWE P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[C]// *Proceedings of the Royal Society of London: Series A, Mathematical and Physical Sciences*. London: Royal Society, 1962, 269(339): 500—527.
- [4] WAN R G, GUO P J. A simple constitutive model for granular soils: modified stress-dilatancy approach[J]. **Computers & Geotechnics**, 1998, 22(2): 109—133.
- [5] 张丙印, 贾延安, 张宗亮. 堆石体修正 Rowe 剪胀方程与南水模型[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(10): 1443—1448.
- ZHANG Bing-yin, JIA Yan-an, ZHANG Zong-liang. Modified Rowe's dilatancy law of rockfill and Shen Zhujiang's double yield surfaces elastoplastic model[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(10): 1443—1448.
- [6] 徐明, 宋二祥. 粗粒土的一种应变硬化模型[J]. 岩土力学, 2010, 31(9): 2967—2972.
- XU Ming, SONG Er-xiang. A strain hardening model for rockfills[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(9): 2967—2972.
- [7] UENG T S, CHEN T J. Energy aspects of particle breakage in drained shear of sands[J]. **Géotechnique**, 2015, 50(50): 65—72.
- [8] SALIM W, INDRARATNA B. A new elastoplastic constitutive model for coarse granular aggregates incorporating particle breakage[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2004, 41(4): 657—671.
- [9] 贾宇峰, 迟世春, 林皋. 考虑颗粒破碎的粗粒土剪胀性统一本构模型[J]. 岩土力学, 2010, 31(5): 1381—1388.
- JIA Yu-feng, CHI Shi-chun, LIN Gao. Dilatancy unified constitutive model for coarse granular aggregates incorporating particle breakage[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(5): 1381—1388.
- [10] 米占宽, 李国英, 陈生水. 基于破碎能耗的粗颗粒料本构模型[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(10): 1801—1811.
- MI Zhan-kuan, LI Guo-ying, CHEN Sheng-shui. Constitutive model for coarse granular materials based on breakage energy[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2012, 34(10): 1801—1811.
- [11] 郭万里, 朱俊高, 钱彬, 等. 粗粒土的颗粒破碎演化模型及其试验验证[J]. 岩土力学, 2019, 40(3): 1023—1029.
- GUO Wan-li, ZHU Jun-gao, QIAN Bin, et al. On the use of the gradation equation to predict the particle breakage characteristics of coarse-grained soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2019, 40(3): 1023—1029.
- [12] ROSCOE K H, POOROOSHASB H B. A Theoretical and experimental study of strains in triaxial compression tests on normally consolidated clays[J]. **Géotechnique**, 1963, 13(1): 12—38.
- [13] EL SOHBY M A. Elastic behavior of sand[J]. **The Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, American Society of Civil Engineers**, 1969, 95(6): 1393—1409.
- [14] 朱俊高, 王元龙, 贾华, 等. 粗粒土回弹特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(6): 950—954.
- ZHU Jun-gao, WANG Yuan-long, JIA Hua, et al. Experimental study on resilience behaviour of coarse grained soils[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2011, 33(6): 950—954.
- [15] 贾宇峰, 王丙申, 迟世春. 堆石料剪切过程中的颗粒破碎研究[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(9): 1692—1697.
- JIA Yu-feng, WANG Bing-shen, CHI Shi-chun. Particle breakage of rockfill during triaxial tests[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2015, 37(9): 1692—1697.
- [16] 丁树云, 蔡正银, 凌华. 堆石料的强度与变形特性及临界状态研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(2): 248—252.
- DING Shu-yun, CAI Zheng-yin, LING Hua. Strength and deformation characteristics and critical state of rock fill[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2010, 32(2): 248—252.